

KESULITAN PADA PEMBUKTIAN GEOMETRI TERKAIT SIFAT-SIFAT DASAR

Aulia Putri Faradisa¹⁾, Bagus Ardi Saputro²⁾.

¹ FPMIPATI, Universitas PGRI Semarang
email: auliapf25@gmail.com

² FPMIPATI, Universitas PGRI Semarang
email: bagusardi@upgris.ac.id

Abstrak

Penelitian ini bertujuan untuk menganalisis jenis kesulitan dan faktor penyebab kesulitan mahasiswa dalam pembuktian geometri terkait sifat-sifat dasar. Penelitian dilakukan kepada mahasiswa Prodi Pendidikan Matematika semester 2 dengan jumlah 3 mahasiswa sebagai sampel dalam menyelesaikan soal dan 10 mahasiswa sebagai sampel dalam menjabarkan kesulitan pada pembuktian geometri dengan sifat-sifat dasar. Metode pengumpulan data adalah dokumentasi dan wawancara. Teknik analisis data melalui tiga aktivitas, yaitu: reduksi data, penyajian data, dan penarikan kesimpulan. Hasil penelitian menunjukkan mahasiswa mengalami kesulitan pada, pertama pada pemahaman konsep yaitu kesulitan dalam merumuskan bukti berupa asumsi terhadap soal atau bentuk umum, teknik penyelesaian dan memulai penyelesaian. Kedua, kesulitan dalam penerapan konsep yaitu Kesulitan pada langkah-langkah pembuktian, cara menentukan alasan mengapa mengambil suatu bukti dan materi prasyarat yang membutuhkan penjelasan tentang definisi atau teorema.

Kata Kunci: kesulitan, pembuktian.

Abstract

This study aims to analyze the types of difficulties and factors that cause student difficulties in proving geometry related to basic properties. The study was conducted on the 2nd semester Mathematics Education Program students with 3 students in solving the problem and 10 students in describing the difficulties in proving geometry related to basic characteristics. The method of data collection is documentation and interviews. Data analysis techniques through three activities, namely: data reduction, data presentation, and conclusion. The results showed that students had difficulty in, first, understanding the concept, namely the difficulty in formulating evidence in the form of assumptions about the general problem or form, completion techniques and starting the solution. Second, the difficulty in applying the concept, namely the difficulty in the steps of proof, how to determine the reason why to take a proof and prerequisite material that requires an explanation of the definition or theorem.

Keywords: difficulty, proof.

A. PENDAHULUAN

Matematika adalah ilmu yang mempelajari hal-hal seperti besaran, struktur, ruang, dan perubahan. Matematika merupakan pelajaran yang abstrak, sehingga siswa mengalami kesulitan untuk memahaminya. Kendala lain dalam pembelajaran matematika adalah guru tidak berupaya untuk mengaitkan materi matematika dengan lingkungan belajar siswa (dalam Ruseffendi, 2001: 8). Matematika memiliki beberapa cabang ilmu. Salah satu cabang dari matematika adalah geometri. James (dalam Ruseffendi, 1990:2) mengatakan bahwa geometri adalah ilmu yang berhubungan dengan bentuk dan besarnya (ukurannya) benda-benda. Sedangkan menurut Ruseffendi (1990:2) geometri itu ialah suatu sistem aksiomatik dan kumpulan generalisasi, model dan bukti tentang bentuk-bentuk benda bidang dan ruang. Geometri juga berkaitan dengan pernyataan dengan bentuk, ukuran, posisi relatif gambar dan sifat ruang. Dalam mempelajarinya dituntut untuk membedakan bentuk, ukuran, dan sifat ruang serta dapat memanfaatkan definisi dan teorema teorema yang ada dalam menyelesaikan soal-soal yang pada umumnya berbentuk pembuktian.

Sedangkan dalam pembuktian itu dituntut untuk memberikan bukti secara matematik dan validasi bentuk pembuktian agar dapat terlihat kemampuan mahasiswa pada saat melakukan pembuktian matematik yang meliputi, pembuktian langsung bentuk implikasi, pembuktian kontrapositive, pembuktian tidak langsung berupa bentuk *reductio ad absurdum* atau kontradiksi yang masih sangat rendah. Terdapat berbagai bentuk pembuktian yang beragam menyebabkan

munculnya kesulitan pada mahasiswa dalam pengaplikasiannya (Perbowo dan Pradipta, 2017: 88).

Penelitian lain menjelaskan bahwa proses dalam pembuktian matematika dapat menggunakan definisi, teorema atau bahkan pernyataan yang telah dibuktikan sebelumnya (Yuniati, 2014: 73). Hal tersebut dapat dilakukan dengan metode dari Syafri (2017: 52) yang memberikan gambaran bahwa pembuktian dapat dilakukan dengan metode yang dikembangkan dengan tujuan untuk meningkatkan kemampuan mahasiswa dalam memahami pembuktian dan mengerjakannya berdasarkan pada suatu pernyataan matematik.

Oleh karena itu pengkajian dan pembelajaran terkait pembuktian adalah komponen kunci dalam peningkatan pembelajaran matematika secara menyeluruh (Syafri, 2017: 54). Namun, pada dasarnya kemampuan mahasiswa dalam menyelesaikan soal-soal matematika dipengaruhi oleh pola penyelesaian soal pada saat mahasiswa tersebut dibangku sekolah dasar maupun menengah (Utami, 2016: 85). Yang berarti bahwa pengetahuan dasar mahasiswa lah yang mengurangi kesalahan dalam pembuktian.

Kesalahan-kesalahan dalam pembuktian yang menyebabkan kegagalan atau keridaksempurnaan mahasiswa dalam melakukan pembuktian, yaitu berkaitan dengan beberapa variabel, diantaranya : kurangnya pemahaman konsep, kurangnya pengetahuan logika dan metode pembuktian, keterbatasan mahasiswa dalam memahami bahasa dan notaris matematika, kemampuan dan pengetahuan memilih fakta dan teorema untuk diterapkan, serta aspek afektif berupa keyakinan dalam membuktikan (Sentosa, 2013: 158)

Sedangkan kesalahan yang paling banyak dilakukan mahasiswa dalam mengerjakan soal pembuktian adalah pada tahap *comprehension* (tidak utuh dalam mengidentifikasi hal yang ditanyakan, kurang tepat dalam membuat manipulasi transformasi aljabar sehingga gagal dalam proses, memahami pertanyaan hanya kasus per kasus). Kesalahan mahasiswa dalam menyelesaikan soal-soal pembuktian, antara lain disebabkan karena: mahasiswa kurang memahami generalisasi dari soal pembuktian, mahasiswa tergesa-gesa dalam melakukan perhitungan, mahasiswa tidak teliti dalam melakukan manipulasi atau perhitungan, mahasiswa tidak melakukan cek akhir dari proses jawaban (Utami, 2016: 91-92)

Selain hasil penelitian diatas Sentosa (2013: 158) juga menyatakan beberapa penyebab dari kegagalan atau ketidaksempurnaan mahasiswa ketika melakukan pembuktian, yaitu berkaitan dengan beberapa variabel, diantaranya yaitu kurangnya pemahaman konsep, kurangnya pengetahuan logika dan metode pembuktian, keterbatasan mahasiswa dalam memahami bahasa dan notasi matematika, Kemampuan dan pengetahuan memilih fakta dan teorema untuk diterapkan dan aspek afektif berupa keyakinan dalam membuktikan.

Dalam membuktikan mahasiswa juga mengalami kesalahan-kesalahan baik secara proses ataupun teori yang saling terkait diantaranya. Seperti yang dinyatakan oleh imswatama (2016: 4) bahwa matematika merupakan ilmu yang terstruktur sehingga kesalahan mempelajari konsep terdahulu akan berpengaruh terhadap pemahaman konsep berikutnya. Beberapa kesalahan yang dilakukan diantaranya adalah kesalahan konsep, kesalahan strategi, kesalahan hitung, dan kesalahan sistematik (Imswatama, 2016:10).

Apriandi dan Krisdiana (2016) menyatakan mengenai mahasiswa yang mengalami kesalahan dan kesulitan yang berbeda sehingga mahasiswa dikelompokkan berdasarkan kesalahan dan kesulitan dalam menyelesaikan soal, maka haruslah dipilih subjek penelitian yang harus dianalisis lebih lanjut.

Berdasarkan penelitian yang dilakukan Utami belum memaparkan kesulitan apa saja yang menyebabkan kegagalan dalam mengerjakan soal terkait pembuktian. Sedangkan, penelitian yang dilakukan oleh Santosa belum mengaitkan antara kesulitan dan kesalahan. Yang mana kesulitan-kesulitan dalam pembuktian lah yang menyebabkan kesalahan itu terjadi. Terkait dengan berbagai hal tersebut, penelitian ini bertujuan untuk menganalisis jenis-jenis kesulitan dan faktor penyebab kesulitan mahasiswa dalam pembuktian geometri terkait sifat-sifat dasar.

B. METODE

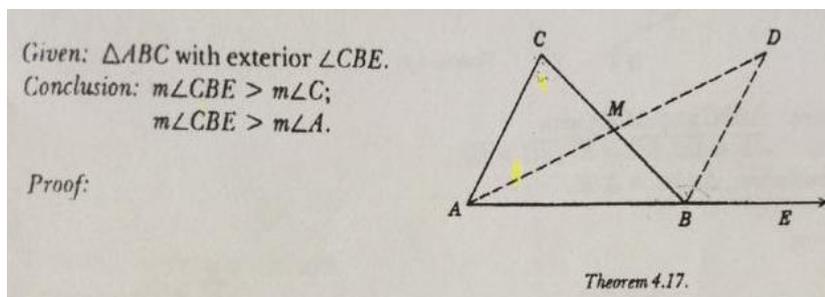
Penelitian dilakukan di salah satu univeritas swasta di jawa tengah dengan subjek penelitian dilakukan dengan menggunakan tindakan *Random Sampling* kepada mahasiswa Prodi Pendidikan Matematika semester 2 dengan jumlah 3 mahasiswa sebagai sampel dalam menyelesaikan soal dan 10 mahasiswa sebagai sampel dalam menjabarkan kesulitan pada pembuktian geometri terkait sifat-sifat dasar. Pengumpulan data dilakukan melalui wawancara dan dokumentasi dengan memberikan pertanyaan "Apa saja kesulitan yang dihadapi mahasiswa selama

perkuliahan Geometri materi Pembuktian Geometri terkait Sifat-Sifat Dasar?" dan soal kepada beberapa mahasiswa.

C. HASIL DAN PEMBAHASAN

Analisis hasil didapat berdasarkan hasil yang diperoleh mahasiswa setelah mengerjakan soal latihan dan hasil wawancara.

Data yang diperoleh berupa lembar jawaban tertulis yang merupakan hasil pekerjaan mahasiswa terhadap soal yang diberikan. Berikut adalah soal latihan dan cara menyelesaikannya:

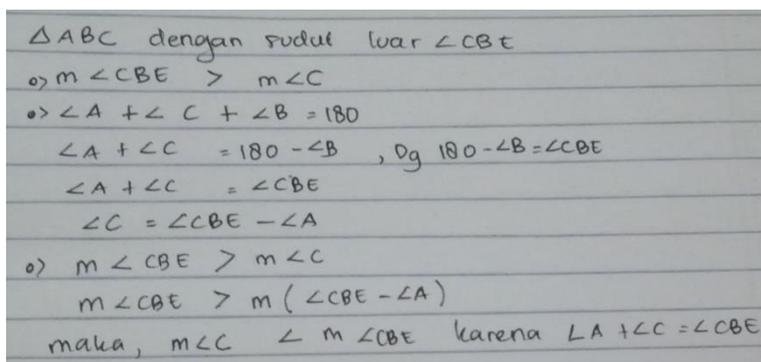


Gambar 1. Soal Pembuktian Geometri

STATEMENTS	REASONS
1. Let M be the midpoint of \overline{BC} .	1. Every segment has one and only one midpoint.
2. $\overline{BM} \cong \overline{CM}$.	2. Definition of midpoint.
3. Let D be a point on the ray opposite \overline{MA} , such that $\overline{MD} \cong \overline{MA}$.	3. Segment construction postulate.
4. Draw \overline{BD} .	4. Postulate 2.
5. $\angle BMD \cong \angle CMA$.	5. Vertical angles are congruent.
6. $\triangle BMD \cong \triangle CMA$.	6. S.A.S.
7. $m\angle MBD = m\angle C$.	7. Corresponding \angle of $\cong \triangle$ are \cong .
8. $m\angle CBE = m\angle MBD + m\angle DBE$.	8. Postulate 14.
9. $m\angle CBE = m\angle C + m\angle DBE$.	9. Substitution property.
10. $m\angle CBE > m\angle C$.	10. $c = a + b \wedge b > 0 \rightarrow c > a$.

Gambar 2. Pembahasan Soal Pembuktian Geometri

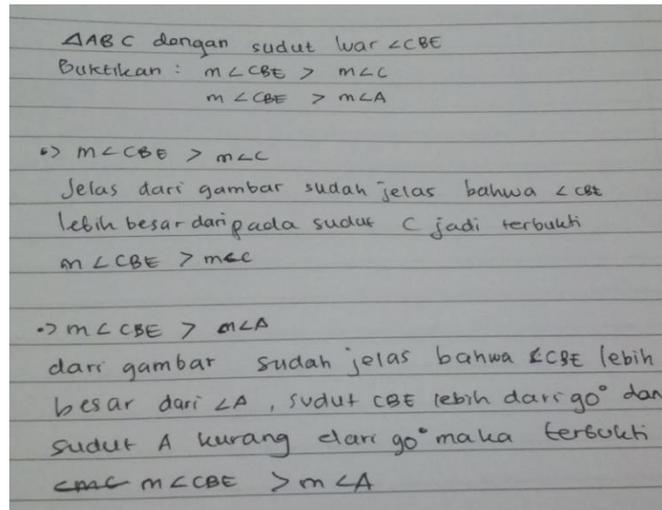
Berikut adalah jawaban dari mahasiswa terpilih :



Gambar 3. Jawaban Dari Mahasiswa A

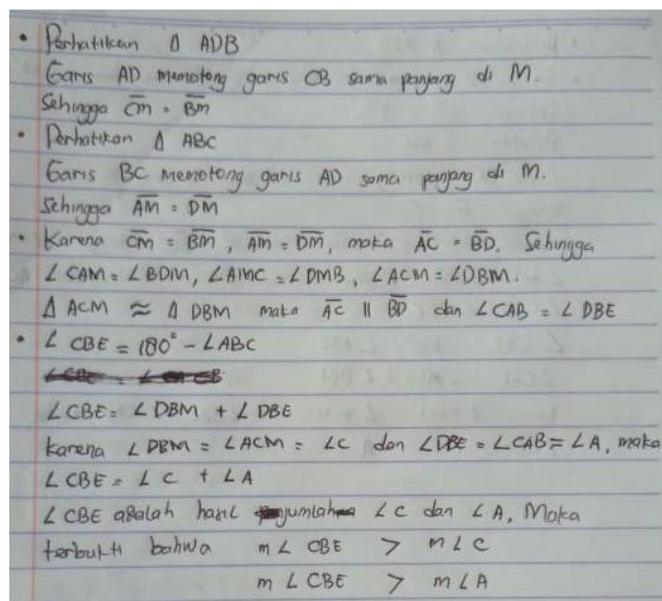
Pada hasil jawaban dapat dilihat bahwa mahasiswa dapat memproses soal. Walaupun masih terpaku pada satu cara dan konsep di sekolah, mahasiswa juga masih belum memahami proses

yang diinginkan dari soal yaitu dengan pembuktian sesuai materi yang diajarkan dalam arti mahasiswa mengalami kesulitan pemahaman konsep dalam teknik penyelesaian dan memulai penyelesaian.



Gambar 4. Jawaban Dari Mahasiswa B

Pada hasil jawaban dapat dilihat bahwa mahasiswa masih belum memahami konsep dalam teknik penyelesaian bahkan mahasiswa masih bingung apa yang harus dibuktikan dan langkah apa yang harus ditempuh. Dalam arti bahwa mahasiswa mengalami kesulitan dalam pemahaman materi yang diajarkan karena tidak fokus saat perkuliahan berlangsung dan mahasiswa merasa bingung dari penjelasan yang dipaparkan dosen.



Gambar 5. Jawaban Dari Mahasiswa C

Pada hasil jawaban dapat dilihat bahwa mahasiswa sudah memahami materi dan penyelesaian soal. Namun, mahasiswa masih kesulitan dalam menganalisa dua bangun sebangun atau kongruen karena kurangnya keterangan pada gambar.

Berdasarkan hasil wawancara kepada 10 mahasiswa yang dimisalkan mahasiswa A1, A2, ..., A10 memiliki berbagai kesulitan yang berbeda. Menurut mahasiswa A1 dan A3 kesulitan dalam pembuktian geometri disebabkan karena materi belum pernah diajarkan pada jenjang pendidikan sebelumnya dan materi yang diberikan dianggap sulit dipahami begitu pula yang dirasakan oleh

mahasiswa A7 dan A2 yang menyatakan bahwa masih banyak kesulitan lain yang sulit untuk didefinisikan.

Sebanyak 4 dari 10 mahasiswa (A3, A7, A9, A10) dapat memahami materi dan dapat mengaplikasikan materi ke soal terkait pembuktian. Sedangkan mahasiswa lainnya mengalami kesulitan pada proses pembuktian baik itu pada proses penerapan materi pembuktian geometri terkait sifat-sifat dasar seperti membayangkan apakah suatu bangun itu kongruen atau sebangun, besar Sudut nya bersesuaian dll, pembuktian tidak langsung, dan penyusunan kata yang sesuai dan terurut.

Tidak hanya kesulitan pada materi dan prosesnya. Namun, mahasiswa juga mengalami kesulitan pada hal-hal dasar sebagai pendukung seperti mahasiswa yang masih bingung dan ragu apakah sudah sesuai dengan konsep, dimana mahasiswa harus memulai proses pembuktian, bagaimana cara mencari alasan dari setiap bukti. Bahkan ada mahasiswa yang berpendapat bahwa pemahaman antara mahasiswa dan dosen berbeda sehingga mahasiswa harus memahami apa yang dosen pahami beserta alur pembuktian yang runtut.

Dari kesalahan-kesalahan dalam membuktikan terdapat beberapa versi kesulitan. Berikut adalah kesulitan yang terjadi pada bidang ilmu matematika secara umum. Hasil penelitian ini sejalan dengan pernyataan yang dinyatakan Kumalasari dan Sugiman (2015: 26) bahwa banyak faktor yang menyebabkan mahasiswa mengalami kesulitan belajar. Kesulitan belajar yang dialami mahasiswa terletak pada pengetahuan konseptual adalah kesulitan mengingat konsep, kesulitan memahami konsep, kesulitan menerapkan konsep, dan kesulitan mengevaluasi konsep. Begitu pula pada penelitian ini yang terdapat banyak faktor yang menyebabkan kesulitan pembuktian pada mahasiswa.

Penelitian lain menyatakan juga bahwa untuk mengetahui letak kesulitan belajar mahasiswa dapat dilihat dari bagaimana mahasiswa menuliskan setiap langkah pekerjaannya pada soal yang diberikan (Lestari: 2015: 24). Namun, dalam penelitian ini digali lebih detail dengan dibedakan secara internal atau eksternal apa saja faktor yang menyebabkan kesulitan. Sedangkan, menurut Taufik (2016: 2-53) letak kesulitan mahasiswa dalam pembuktian untuk menunjukkan kebenaran mahasiswa harus dapat mengungkap dan menulis data-data yang diketahui dari soal, asumsi yang telah dibuat, dan pernyataan yang akan dibuktikan. Pada penelitian ini dikelompokkan kesulitan-kesulitan yang muncul.

Sedangkan, kesulitan mahasiswa saat membuktikan pada cabang matematika secara khusus yaitu geometri. Seperti hasil penelitian dari Ekayanti (2017) yang menyatakan bahwa kesulitan mahasiswa dalam menyelesaikan soal geometri euclide dapat dilihat dari kesalahan yang dilakukan mahasiswa dalam melakukan pembuktian salah satunya yaitu mahasiswa tidak mampu menggunakan konsep-konsep yang ada untuk melengkapi proses pembuktian sehingga mahasiswa tersebut mengalami kesulitan dan tidak mampu menyelesaikan pembuktian yang dimaksud. Hal tersebut juga terjadi pada penelitian ini.

Selain itu juga didukung oleh hasil penelitian dari Yuwono (2016: 132) menyatakan hal lain yaitu ada empat kesulitan mahasiswa dalam menyelesaikan soal geometri berdasarkan Taksonomi Bloom beserta alternatif pemecahannya, yaitu: kesulitan pada tingkat pemahaman, penerapan, analisis dan dalam menilai bagaimana maksud dari soal.

D. PENUTUP

Simpulan

Berdasarkan hasil analisis penelitian dan pembahasan yang diperoleh dapat diambil kesimpulan bahwa jenis-jenis kesulitan yang dialami mahasiswa dalam menyelesaikan 'Pembuktian Geometri dengan Sifat-Sifat Dasar' ada dua kategori yaitu kesulitan dalam pemahaman konsep dan kesulitan dalam penerapan konsep.

Adapun Faktor-faktor penyebab kesulitan juga ada dua yaitu Faktor intrinsik dan faktor ekstrinsik. Faktor intrinsik adalah faktor yang berasal dari dalam diri mahasiswa yaitu kesulitan pemahaman konsep dan kesulitan penerapan konsep. Kesulitan pemahaman konsep sendiri memiliki banyak macamnya antara lain kebiasaan mahasiswa yang kurang baik, mahasiswa kesulitan dalam mengingat definisi dan teorema, dan mahasiswa merasa mudah dalam memahami serta menjawab soal tersebut sehingga terkesan asal menjawab. Terdapat beberapa kesulitan penerapan konsep antara lain, langkah-langkah yang terlalu panjang dan rumit membuat mahasiswa kebingungan, kebiasaan dan kekurang telitian siswa dalam mencermati soal sehingga tidak mengetahui apabila ada informasi belum dicantumkan, kurangnya latihan soal-

soal Pembuktian Geometri dengan Sifat-Sifat Dasar, juga pengetahuan dasar yang kurang memadai atas apa yang dipelajari dan kurangnya ketelitian. Selain faktor intrinsik ada juga faktor ekstrinsik yaitu faktor yang berasal dari luar diri mahasiswa.

Berdasarkan hasil penelitian diperoleh beberapa penyebab kesulitan dalam Pembuktian Geometri dengan Sifat-Sifat Dasar, yaitu mahasiswa terlalu aktif dalam unit kegiatan kemahasiswaan di lingkungan kampus.

Saran

Untuk meminimalisir kesalahan yang dilakukan dalam mengerjakan soal pembuktian geometri terkait sifat-sifat dasar maka mahasiswa harus berperan aktif dalam kegiatan perkuliahan, serta memperbanyak latihan soal sehingga akan meningkatkan pemahaman konsep mengenai pembuktian geometri.

Ucapan Terima Kasih

Ucapan terimakasih kami haturkan kepada mahasiswa program studi pendidikan matematika sebagai subjek dalam penelitian ini

E. DAFTAR PUSTAKA

- Abdurrahman, Mulyono. 2010. *Pendidikan Bagi Anak Berkesulitan Belajar*. Jakarta: PT Rineka Cipta.
- Apriandi, D., & Krisdiana, I. (2016). Analisis Kesulitan Mahasiswa dalam Memahami Materi Integral Lipat Dua pada Koordinat Polar Mata Kuliah Kalkulus Lanjut. *Al-Jabar: Jurnal Pendidikan Matematika*, 7(2), 123-134.
- Djamarah, Syaiful Bahri. 2011. *Psikologi Belajar*. Jakarta: Rineka Cipta
- Ekayanti, A. (2017). Diagnosis Kesalahan Mahasiswa dalam Proses Pembuktian Berdasarkan Newmann Error Analysis. *Mosharafa: Jurnal Pendidikan Matematika*, 6(1), 105-116.
- Imswatama, A. (2016). Analisis kesalahan mahasiswa dalam menyelesaikan soal geometri analitik bidang materi garis dan lingkaran. *Suska Journal of Mathematics Education*, 2(1), 1-12.
- Kumalasari, A., & Sugiman, S. (2015). Analisis Kesulitan Belajar Mahasiswa Pada Mata Kuliah Kapita Selekt Matematika Sekolah Menengah. *Jurnal Riset Pendidikan Matematika*, 2(1), 16-27.
- Lestari, A. S. B. (2015). Analisis kesulitan mahasiswa program studi pendidikan matematika STKIP PGRI Pasuruan pada pokok bahasan teknik pengintegralan. *Jurnal Psikologi: Jurnal Ilmiah Fakultas Psikologi Universitas Yudharta Pasuruan*, 3(1), 20-27.
- Oktavia, A., & Khotimah, R. P. (2016). Analisis Kesulitan Mahasiswa Dalam Menyelesaikan Persamaan Differensial Tingkat Satu.
- Perbowo, K. S., & Pradipta, T. R. (2017). Pemetaan Kemampuan Pembuktian Matematis Sebagai Prasyarat Mata Kuliah Analisis Real Mahasiswa Pendidikan Matematika. *KALAMATIKA Jurnal Pendidikan Matematika*, 2(1), 81-90.
- Rahmawati, N. D., Buchori, A., & Hermawan, J. S. (2018). EFEKTIVITAS VISUALIZATION AUDITORY KINESTETIC DAN TWO STAY TWO STRAY BERBANTUAN LECTORA TERHADAP HASIL BELAJAR MATEMATIKA SISWA SMA. *JIPMat*, 2(2).
- Ruseffendi, E.T. (1990). Pengantar kepada Membantu Guru Mengembangkan Kompetensinya dalam Pengajaran Matematika untuk Meningkatkan CBSA. Bandung: Tarsito.
- Sentosa, C. A. H. (2013). Mengatasi kesulitan mahasiswa ketika melakukan pembuktian matematis formal. *Jurnal Pengajaran MIPA*, 18(2), 152-160.
- Sucipto, L., & Mauliddin, M. (2016). Analisis kesulitan belajar mahasiswa dalam memahami konsep bilangan real. *Beta: Jurnal Tadris Matematika*, 9(2), 197-211.
- Syafri, F. S. (2017). Kemampuan Representasi Matematis dan Kemampuan Pembuktian Matematika. *JURNAL e-DuMath*, 3(1).

- Taufik, A. (2016). Diagnosis Kesulitan Mahasiswa di Universitas Kuningan dalam Pembuktian Menggunakan Induksi Matematika Beserta Upaya Mengatasinya Menggunakan Scaffolding. *Jurnal Edukasi dan Sains Matematika (JES-MAT)*, 2(1).
- Utami, A. D. (2016). Tipe kesalahan mahasiswa dalam menyelesaikan soal-soal geometri berdasar newman's error analysis (NEA). *JIPM (Jurnal Ilmiah Pendidikan Matematika)*, 4(2), 85-92.
- Yuniati, S. (2014). Analisis Kesalahan Mahasiswa dalam Menyelesaikan Soal Pembuktian Struktur Aljabar. *Beta: Jurnal Tadris Matematika*, 7(2), 72-81.
- Yuwono, M. R. (2016). Analisis kesulitan mahasiswa dalam menyelesaikan soal geometri berdasarkan taksonomi bloom dan alternatif pemecahannya. *Beta: Jurnal Tadris Matematika*, 9(2), 111-133.